

ĐỀ THI MÔN LÝ THUYẾT ĐỘ ĐO-XÁC SUẤT-THỐNG KÊ

Giữa học kỳ 1 - 2009-2010

THỜI GIAN : 90 PHÚT

(Thí sinh được tham khảo mọi tài liệu mang theo)

Sinh viên làm càng nhiều càng tốt, điểm 10 dành cho một số sinh viên làm đúng nhiều câu hỏi. Trong các câu chỉ có một khẳng định, thí sinh phải chứng minh khẳng định của mình. Trong các câu hỏi có trường hợp đúng có trường hợp sai, thí sinh phải cho các thí dụ tương ứng và chứng minh các khẳng định trong các thí dụ đó.

Giải các câu sau :

1. Cho \mathcal{M} và μ là σ -đại số và độ đo Lebesgue trên \mathbb{R} . Cho Ω là khoảng mở $(0, 2)$ trong \mathbb{R} . Đặt $\mathcal{N} = \{A \in \mathcal{M} : A \subset (0, 2)\}$ và

$$\nu(A) = \frac{1}{2}\mu(A) \quad \forall A \in \mathcal{N}.$$

Hỏi $(\Omega, \mathcal{N}, \nu)$ có là một không gian xác suất hay không?

2. Cho f là một hàm số thực đo được trên một không gian đo được $(\Omega, \mathcal{M}, \mu)$. Cho c và d là hai số thực sao cho $c < d$. Hỏi tập $\{\omega \in \Omega : c < f(\omega) \leq d\}$ có đo được hay không ?

3. Cho $\{f_m\}$ là một dãy hàm số thực đo được trên một không gian đo được $(\Omega, \mathcal{M}, \mu)$. Đặt

$$f(x) = \liminf_{m \rightarrow \infty} f_m(x) \quad \forall x \in \Omega.$$

Hỏi f có đo được hay không?

4. Cho (Ω, \mathcal{M}, P) là một không gian xác suất. Cho $\{A_m\}$ là một dãy tập con đo được trong Ω . Giả sử $A_k \subset A_{k+1}$ với mọi số nguyên k . Đặt $f_m = \chi_{A_m}$. Hỏi ta có đẳng thức sau hay không?

$$\int_{\Omega} f dP = \lim_{m \rightarrow \infty} \int_{\Omega} f_m dP.$$

5. Úp 52 lá bài lên một mặt bàn và chọn ngẫu nhiên trong đó một lá bài. Gọi A là biến cố khi ta chọn đúng một quân bài có các số 2, 3, 4 hoặc 5, và B là biến cố khi ta chọn đúng một quân bài chẵn hoặc rô. Hỏi A và B có độc lập với nhau?

6. Cho X là một biến số ngẫu nhiên trong một không gian xác suất (Ω, \mathcal{M}, P) và F là hàm phân phối tương ứng với X . Hỏi điều sau đây đúng không?

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} F(3t) = 0.$$

Hết