

**Proposition de sujet de stage de M2
par S. Sabourau**

Laboratoire de Mathématiques et Physique Théorique, Université de Tours
Fédération de recherche Denis Poisson

Sujet : Géométrie de la distance au bord

Ce sujet s'inscrit dans le cadre de la géométrie riemannienne sans hypothèse de courbure. L'objet du stage est d'étudier la relation entre la géométrie du bord d'un domaine et la géométrie à l'intérieur de ce domaine. Plus précisément, on cherche à savoir quand la donnée des distances entre toutes les paires de points sur le bord d'une boule riemannienne détermine la métrique sur cette boule. Un résultat remarquable dans le domaine a été indépendamment démontré par C. Croke et J.-P. Otal en utilisant des techniques différentes. Ce théorème s'écrit :

Une métrique de courbure strictement négative sur un disque D peut être reconstruite à l'aide de la distance induite sur le bord ∂D .

Une question très liée consiste à obtenir des bornes sur le volume d'un objet à partir d'estimations sur la distance de son bord.

Ce sujet admet plusieurs déclinaisons possibles et assez distinctes. Les techniques employées reposent notamment sur de la géométrie intégrale.

Références :

Croke, C.: *Rigidity and the distance between boundary points*, J. Differential Geom. 33 (1991), no. 2, 445–464.

Ivanov, S.: *On two-dimensional minimal fillings*, St. Petersburg Math. J. 13 (2002), no. 1, 17–25.

Otal, J.-P.: *Sur les longueurs des géodésiques d'une métrique à courbure négative dans le disque*, Comment. Math. Helv. 65 (1990), no. 2, 334–347.