

ĐỀ THI MÔN GIẢI TÍCH PHI TUYẾN

Học kỳ II - 2008-2009

THỜI GIAN : 90 PHÚT

(Thí sinh được tham khảo mọi tài liệu mang theo)

Sinh viên làm càng nhiều càng tốt, điểm 10 dành cho một số sinh viên làm đúng nhiều câu hỏi. Trong các câu chỉ có một khẳng định, thí sinh phải chứng minh khẳng định của mình. Trong các câu hỏi có trường hợp đúng có trường hợp sai, thí sinh phải cho các thí dụ tương ứng và chứng minh các khẳng định trong các thí dụ đó.

Giải các câu sau :

1. Cho f và g là hai ánh xạ từ một không gian metric đầy đủ (E, δ) vào chính nó. Giả sử $f \circ g = g \circ f$, và $f \circ g$ là một ánh xạ co trong (E, δ) . Hỏi f có điểm bất động trong E hay không?

2. Cho D là một tập mở chứa 0 trong một không gian Banach E . Cho f là một trường vectơ compact từ \bar{D} vào E . Giả sử $0 \notin f(D)$. Hỏi có hay không một (λ, x) trong $[0, \infty) \times \partial D$ sao cho $f(x) = \lambda x$?

3. Cho D là một tập mở chứa 0 trong một không gian Banach E . Cho $\{f_m\}$ là một dãy trường vectơ compact hội tụ đều về một trường vectơ compact f trên \bar{D} . Giả sử $0 \notin f(\partial D)$. Hỏi có hay không một số nguyên N để cho $\deg(f_m, D, 0)$ xác định và bằng $\deg(f, D, 0)$ với mọi $m \geq N$?

4. Cho E là một không gian Hilbert với tích vô hướng $\langle \cdot, \cdot \rangle$. Đặt $f(x) = \langle x, x \rangle$ với mọi x trong E . Hỏi f có khả vi Fréchet tại mọi x trong E hay không?

Hết