

# ĐỀ THI MÔN GIẢI TÍCH 1

## Hệ Cử nhân chính qui - Khoa Toán-Tin

Học kỳ I - 2006-2007

THỜI GIAN : 120 PHÚT

(Thí sinh được tham khảo mọi tài liệu mang theo )

Trong các câu chỉ có một khẳng định, thí sinh phải chứng minh khẳng định của mình. Trong các câu hỏi có trường hợp đúng có trường hợp sai, thí sinh phải cho các thí dụ tương ứng và chứng minh các khẳng định trong các thí dụ đó.

**Giải 6 trong 7 câu sau :**

1. Cho  $A$  và  $B$  là các tập con khác trống của  $[0, \infty)$ . Giả sử  $A$  và  $B$  bị chặn trên. Đặt  $C = \{x^2y : x \in A, y \in B\}$ . Chứng minh  $C$  bị chặn trên.

2. Giải phương trình :  $x^3 + \sin(x^{\frac{1}{7}} + \sin 8x) = 1$ .

3. Cho  $\{x_n\}$  và  $\{y_n\}$  là hai dãy Cauchy trong  $\mathbb{R}$ . Đặt  $c_n = x_n y_n$  với mọi số nguyên dương  $n$ . Hỏi  $\{c_n\}$  có là một dãy Cauchy trong  $\mathbb{R}$  hay không?

4. Đặt  $a_n = \sin(\frac{n\pi}{2})$  với mọi số nguyên dương  $n$ . Tính  $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

5. Cho  $f$  là một hàm số thực khả vi trên  $\mathbb{R}$  sao cho  $f'(x)$  khác không với mọi  $x$  trong  $\mathbb{R}$ . Hỏi  $f$  có là một đơn ánh hay không?

6. Cho  $f$  là một hàm số thực liên tục trên  $\mathbb{R}$ . Giả sử  $f(t) \geq 0$  với mọi  $t$  trong  $\mathbb{R}$ . Đặt

$$g(x) = \int_0^{2x} f(t) dt \quad \forall x \in [1, 2].$$

Cho  $x$  và  $y$  trong  $[1, 2]$  sao cho  $x \leq y$ . Hỏi  $g(x) \leq g(y)$  đúng hay sai?

7. Đặt  $A = \{2^{-2}, 3^{-3}, \dots, n^{-n}, \dots\}$ . Xác định  $A^*$  ( $A^*$  là tập hợp tất cả các điểm tụ của  $A$ ).

**Hết**