

# ĐỀ THI MÔN LÝ THUYẾT ĐỘ ĐO

Học kỳ II - 2008-2009

THỜI GIAN : 120 PHÚT

(Thí sinh được tham khảo mọi tài liệu mang theo)

Sinh viên làm càng nhiều càng tốt, điểm 10 dành cho một số sinh viên làm đúng nhiều câu hỏi. Trong các câu chỉ có một khẳng định, thí sinh phải chứng minh khẳng định của mình. Trong các câu hỏi có trường hợp đúng có trường hợp sai, thí sinh phải cho các thí dụ tương ứng và chứng minh các khẳng định trong các thí dụ đó.

**Giải các câu sau :**

1. Cho  $\mu$  và  $\nu$  là hai độ đo trong không gian đo được  $(X, \mathcal{M})$ . Giả sử

$$\mu(E) \leq \nu(E) \quad \forall E \in \mathcal{M}.$$

Hỏi  $L^4(X, \nu)$  có bị chứa trong  $L^4(X, \mu)$  hay không?

2. Cho  $\{f_m\}$  và  $\{g_m\}$  là hai dãy hàm số thực đo được trên không gian đo được  $(X, \mathcal{M}, \mu)$ . Giả sử  $f_m(y)$  và  $g_m(y)$  bằng nhau với hầu hết  $y$  trong  $X$  với mọi số nguyên  $m$ ,  $\{f_m(x)\}$  và  $\{g_m(x)\}$  lần lượt hội tụ về  $f(x)$  và  $g(x)$  với hầu hết  $x$  trong  $X$ . Hỏi  $f(z)$  và  $g(z)$  có bằng nhau với hầu hết  $z$  trong  $X$  hay không?

3. Cho một không gian đo được  $(X, \mathcal{M}, \mu)$  và  $f$  thuộc  $L^5(X, \mu) \cap L^7(X, \mu)$ . Hỏi  $f$  có thuộc  $L^6(X, \mu)$  hay không?

4. Cho  $\{f_m\}$  là một dãy hàm số thực đo được trên không gian đo được  $(X, \mathcal{M}, \mu)$ . Giả sử

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left\{ \int_X |f_m|^9 d\mu \right\}^{\frac{1}{9}} < \infty$$

Hỏi  $\sum_{m=1}^{\infty} f_m(x)$  có hội tụ với hầu hết  $x$  trong  $X$  hay không?

**Hết**