

# ĐỀ THI MÔN PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN NGẪU NHIÊN

Học kỳ II - 2008-2009

THỜI GIAN : 120 PHÚT

(Thí sinh được tham khảo mọi tài liệu mang theo)

Sinh viên làm càng nhiều càng tốt, điểm 10 dành cho một số sinh viên làm đúng nhiều câu hỏi. Trong các câu chỉ có một khẳng định, thí sinh phải chứng minh khẳng định của mình. Trong các câu hỏi có trường hợp đúng có trường hợp sai, thí sinh phải cho các thí dụ tương ứng và chứng minh các khẳng định trong các thí dụ đó.

**Giải các câu sau :**

1. Cho  $f$  là một hàm số thực đo được trên một không gian xác suất  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ . Giả sử

$$\int_{\Omega} |f|^2 dP < \infty.$$

Hỏi  $\int_{\Omega} |f| dP$  hữu hạn hay không?

2. Cho  $f$  và  $g$  là hai hàm số thực đo được trên không gian đo được xác suất  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ . Giả sử  $f$  và  $g$  độc lập với nhau và cùng thuộc về  $L^2(\Omega)$ . Hỏi bất đẳng thức sau đúng hay sai

$$E(X)E(Y) \leq [E(X^2)E(Y^2)]^{1/2}.$$

3. Cho  $\{W(t)\}$  là một tiến trình Wiener trong một không gian xác suất  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ . Hỏi phương trình vi phân ngẫu nhiên sau có nghiệm trong  $\mathbb{H}^2$  hay không?

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = \sin(tX(t)) + (t + X(t))^2 \frac{dW(t)}{dt} & \forall t \in (0, 4], \\ X(0) = 0. \end{cases}$$

4. Cho  $\{W(t)\}$  là một tiến trình Wiener trong một không gian xác suất  $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ . Hỏi phương trình vi phân ngẫu nhiên sau có thể có nhiều nghiệm trong  $\mathbb{H}^2$  hay không?

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = W(t) + t \frac{dW(t)}{dt} & \forall t \in (0, 4], \\ X(0) = 0. \end{cases}$$

**Hết**